

# ПРИМЕНЕНИЕ АСИМПТОТИК В СУПЕРПОЗИЦИОННЫХ МЕТОДАХ ПРИКЛАДНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ.

А. Н. КАРЕТИН

ABSTRACT. Книга (брошюра) представляет из себя краткое описание методов суперпозиционных закономерностей в прикладной теории упругости. Методов, так и не нашедших массового распространения, но имеющих место в инженерном деле.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.	3
I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДОВ СУПЕРПОЗИЦИОННЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ.	4
1.1. МЕТОДЫ СУПЕРПОЗИЦИОННЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ.	4
1.2. ИНЖЕНЕРНЫЙ МЕТОД РАСЧЁТА НАПРЯЖЕНИЙ В КРУТОПАДАЮЩИХ РУДНЫХ ТЕЛАХ.	4
1.3. МЕТОД СОВМЕСТНЫХ ВЛИЯНИЙ ИЗМЕНЕНИЙ УПРУГИХ СВОЙСТВ.	6
II. ТРЕБОВАНИЯ К РЕАЛИЗАЦИИ.	9
2.1. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ	9
2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАБОЧЕЙ РАЗМЕРНОСТИ РЕШАЕМОЙ ЗАДАЧИ	9
2.3. СТРАТЕГИЯ РАЗРАБОТКИ АЛГОРИТМА	10
2.4. ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ	10
III. ЗАМЕЧАНИЯ	12
3.1. ОСОБЫЕ МОМЕНТЫ	12
3.2. ПРЕДСТАВИМОСТЬ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ТВЕРДОГО ТЕЛА В ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДАХ.	12
СПИСОК ИСТОЧНИКОВ	14

## ВВЕДЕНИЕ.

*Данная книга содержит в себе описание методик, применяемых в прикладной теории упругости с использованием методов суперпозиционных закономерностей (МСПЗ).*

Методы суперпозиционных закономерностей являются численными методами прикладной теории упругости и применяются наравне с методами конечных элементов (МКЭ) и методами линейных вариаций (МЛВ).

Слабое развитие МСПЗ по сравнению с МКЭ и МЛВ обусловлено значительными вычислительными затратами и отсутствием мат. обоснования перехода от мелкомасштабного предрасчёта (общей схемы) к крупномасштабному расчёту (расчёту отдельного участка общей схемы). Продолжая сравнение МСПЗ, МКЭ и МЛВ следует сразу отметить, что эти методы имеют разную направленность. МКЭ и МЛВ использует эквивалентную мат. модель исследуемого объекта для определения изменения его формы и положения в пространстве. МСПЗ основаны на особенностях распределения энергии в исследуемом объекте и использует представление общих силовых закономерностей в виде суперпозиции локальных силовых закономерностей и предназначены для определения распределения сил в исследуемом объекте. Из решения одной задачи можно получить решение другой, но при этом каждый из указанных методов будет наиболее точно и достоверно отражать те характеристики исследуемого объекта, которые заложены в расчётный механизм данных методов.

Методы суперпозиционных закономерностей имеют ещё одну интересную особенность. В них возможно применение приближённых закономерностей (асимптотик) недопустимых для применения в общих закономерностях, а также в МКЭ и МЛВ.

В данной книге будут рассмотрены 2 метода суперпозиционных закономерностей прикладной теории упругости:

1. "Инженерный метод расчёта напряжений в кругопадающих рудных телах";
2. "Метод совместных влияний изменений упругих свойств".

Оба метода очень похожи между собой, решают одну задачу, но имеют разные ограничения по применению.

А.Н.Каретин.

13.11.2005.

## I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДОВ СУПЕРПОЗИЦИОННЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ.

*В разделе приводятся описание двух методов суперпозиционных закономерностей, основная направленность которых - площадная энергетическая модель массива горных пород. Данный раздел служит для ознакомления с общими правилами построения систем МСПЗ.*

### 1.1. МЕТОДЫ СУПЕРПОЗИЦИОННЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ.

Методы суперпозиционных закономерностей (МСПЗ) применяются во многих отраслях науки. Начало и наибольшее распространение этих методов лежит в энергетике (суперпозиции магнитных и электронных полей). В теории упругости данные методы введены только в конце XX века, так как в отличие от магнитных и электронных полей силовые структуры твердых тел имеют более высокую зависимость от состояния этих тел и окружающей среды. Помимо этого формирование энергетических структур в твёрдом теле носит необратимый характер (два идентичных твердых тела сформированные в разных условиях могут иметь совершенно разную энергетическую структуру).

Основоположники МСПЗ показали на наглядных примерах возможность использования данных методов на малых задачах с помощью доступных средств (карманного калькулятора). Так же было показано, что использование данных методов на средних и крупных задачах без использования вычислительных машин нового поколения практически невозможно. Авторами было отмечено, что данные методы являются методами нового поколения и могут быть развиты только на новых разработках мат. базы в энергетической теории упругости.

Разработки ИПКОН РАН в направлении МСПЗ были остановлены в конце 1990-х годов из-за отсутствия технических средств надлежащей мощности для их достаточно масштабной реализации. Наличие же менее требовательных к вычислительным мощностям алгоритмов (МКЭ, МКР, МГУ, МЛВ), не уступающих по объёмам и точности решения задач, практически вынудило к отказу от этих методов. Возобновление разработок алгоритмической базы МСПЗ в МГГРУ с 2000г. вызвано необходимостью решения задач энергетического характера на ряде рудников с определённой детальностью результата. И с данными задачами все упомянутые выше методы справиться полностью не могли. Не смотря на широкое использование МЛВ в сочетании с различного вида каркасными трендами, получить желаемый результат так и не удалось.

Первая реализация "Инженерного метода расчёта напряжений в кругопадающих рудных телах" [1] с использованием линейной модели, названная автором "GeoMechPacket-1 for MS Excel" (2001г.), показала возможность получения результата в требуемом виде и с требуемой детальностью.

Вторая реализация "Инженерного метода расчёта напряжений в кругопадающих рудных телах" [1] с использованием площадной модели в сочетании с "Методом последовательных циклов" [2] показала определённую ограниченность данного метода и невозможность его применения на ряде задач. С этого момента началась проработка теоретической базы "Метода совместных влияний изменений упругих свойств" и определенная часть этой базы была введена в данную реализацию для устранения указанных ограничений. В результате был получен инструмент, названный автором "GeoMechPacket-2 for MS Excel" (2004г.), показавший практически неограниченные возможности по моделированию развития горного давления на рудниках.

И, наконец, реализация "Метода совместных влияний изменений упругих свойств" в полном объёме, названная автором "GeoMechPacket-2 v.2 for MS Excel" (2005г.), выявила ещё ряд особенностей как самих алгоритмов МСПЗ, так и энергетической структуры твердых тел.

### 1.2. ИНЖЕНЕРНЫЙ МЕТОД РАСЧЁТА НАПРЯЖЕНИЙ В КРУТОПАДАЮЩИХ РУДНЫХ ТЕЛАХ.

"Инженерный метод расчёта напряжений в кругопадающих рудных телах" был разработан в ИПКОН РАН в конце XX века. Данная методика основана на закономерности разгрузки тонкой бесконечной щели в массиве горных пород. Применение данной общей закономерности в виде суперпозиции локальных закономерностей на равномерной сетке привело к новому методу расчёта напряжений в массиве горных пород, сопоставимому по точности с числен-

ными методами, использующими решение систем дифференциальных уравнений связи компонент напряжённого состояния. Особенностью данного метода стала возможность применения асимптотики к общей закономерности, что значительно упростило расчётный механизм.

Данный метод оказался очень эффективным для решения задач определения величин напряжений на контуре выработанного пространства любой формы, формируемого по стадиям. Система расчёта по стадиям разрабатывалась совместно с данным методом и получила название "Метода последовательных циклов". Несмотря на достоинства и простоту метода следует отметить также и значительную его ограниченность. Закономерность, принятая за рабочую, хорошо работает на участках с полной потерей сплошности (формирования разрыва), но плохо работает на участках с частичной потерей сплошности (воздействие взрыва на массив горных пород, гидравлическая, сыпучая и твердеющая закладка, замагазинированная руда). Вопрос применения данного метода на закладочном материале был затронут лишь поверхностно, при этом было показано, что использовать данный метод на системах с закладкой выработанного пространства можно только в виде слабого приближения. Изучать поведение и состояние закладочного материала с помощью данного методаказалось нельзя.

Ниже приводятся основные рабочие формулы данного метода. Подробное его описание приведено в [1]. Описание применения данного метода по стадиям работ приведено в [2].

Закономерность разгрузки тонкой бесконечной щели в твердом теле:

$$\sigma_y(x_{*j}) = \sum_{i=1}^N Q_i \frac{\sqrt{a^2 - x_{*i}^2}}{\pi (x_{*j} - x_{*i}) \sqrt{x_{*j}^2 - a^2}} \quad (1)$$

где:

$x_{*j}$  - координата центра груженесущего элемента  $j$ , относительно центра разрыва,

$x_{*i}$  - координата центра разгруженного элемента  $i$ , относительно центра разрыва,

$a$  - координата границы разрыва, относительно центра разрыва,

$Q_i$  - сила, действующая на  $i$ -тый элемент массива до разрыва,

$\sigma_y(x_{*j})$  - дополнительное напряжение в  $j$ -том элементе массива.

Асимптотика для края разрыва:

$$P_{ij} = \sum_{i=1}^N L Q_i \frac{\sqrt{a^2 - x_{*i}^2}}{\pi \sqrt{2a} (x_{*j} - x_{*i}) \sqrt{x_{*j}^2 - a^2}} \quad (2)$$

где:

$P_{ij}$  - воздействие  $i$ -того элемента на  $j$ -тый,

$L$  - размер единичного элемента.

Система рабочих формул для линейной модели отработки массива горных пород:

$$P_{ji} = \frac{E_j}{E} \frac{F_i}{R_{ij} \sqrt{r_j}} \quad (3)$$

$$F_i = \frac{Q_i}{\sum_{j=1}^M \frac{E_j}{E} \frac{1}{R_{ij} \sqrt{r_j}}}$$

$P_{ji}$  - прирост напряжения в  $j$ -том элементе при разгрузке  $i$ -того,

$E_j$  - модуль упругости  $j$ -того элемента,

$F_i$  - вспомогательная константа,

$R_{ij}$  - расстояние между  $j$ -тым и  $i$ -тым элементами,

$r_j$  - расстояние между  $j$ -тым элементом и краем разрыва,

Система рабочих формул для площадной модели отработки массива горных пород:

$$P_{ji} = \frac{E_j}{E} \frac{F_i}{R_{ij}^2 \sqrt{r_j}} \quad (4)$$

$$F_i = \frac{Q_i}{\sum_{j=1}^M \frac{E_j}{E} \frac{1}{R_{ij}^2 \sqrt{r_j}}}$$

И результирующие формулы для обоих моделей:

$$Q_j^1 = Q_j^0 \frac{E_j}{E} + \sum_{i=1}^N P_{ji} \quad (5)$$

где:

$Q_j^0, Q_j^1$  - напряжённое состояние до и после изменения.

### 1.3. МЕТОД СОВМЕСТНЫХ ВЛИЯНИЙ ИЗМЕНЕНИЙ УПРУГИХ СВОЙСТВ.

"Метод совместных влияний изменений упругих свойств" был разработан в МГГРУ на основе работ ИПКОН РАН в 2004 году. Данная методика основана на взаимосвязи компонент напряжений и упругих свойств материала. Применение суперпозиции локальных взаимосвязей на равномерной сетке привело к новому методу расчёта напряжений в массиве горных пород.

Данный метод не был до сих пор опубликован в полном виде, поэтому далее будет приведено достаточно подробное его описание.

За основу, как уже упоминалось, взята взаимосвязь компонент напряжений:

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + Z = 0 \quad (6)$$

где:

$\partial \sigma_z, \partial \tau_{zx}, \partial \tau_{zy}$  - изменение компонент напряжённого состояния,

$Z$  - объёмная сила, действующая в массиве горных пород.

Все компоненты данного уравнения имеют отражение в упругих свойствах:

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = k_\sigma \frac{\partial E}{\partial z} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} = k_\tau \frac{\partial E}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} = k_\tau \frac{\partial E}{\partial y}$$

$$Z = \lambda \gamma H$$

где:

$\partial E$  - изменение модуля упругости,

$\lambda$  - коэффициент, учитывающий неравномерность поля напряжений, вызванную текtonическими процессами (проекция коэффициента бокового давления),

$\gamma$  - удельный вес пород,

$H$  - глубина залегания,

$k_\sigma, k_\tau$  - переменные коэффициенты, определяющие связь компонент напряжённого состояния и модулей упругости.

Применение техники МСПЗ позволяет не только свести данную постановку задачи к парноэлементному виду, но и применить конечно-разностные асимптотики:

$$\int_{z_0} k_\sigma \frac{\partial E}{\partial z} dz \approx k_\sigma \Delta E = \Delta \sigma \quad (8)$$

$$\int_{x_0} \int_{y_0} \left( \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} \right) dx dy \approx k_\tau \frac{\sum_{j=1}^N (\Delta E_i - \Delta E_j) R_{ij}^{-2}}{\sum_{j=1}^N R_{ij}^{-2}}$$

где:

$\partial E$  - изменение модуля упругости отдельного элемента,  
 $R_{ij}^{-2}$  - переменная составляющая функции распределения энергии в идеально изотропной среде,  
 $x_0, y_0$  - размеры отдельного элемента.

Как уже упоминалось выше, использование функции распределения энергии в идеальной изотропной среде допустимо для твёрдого тела только в очень редких случаях, никак не подходящих для случаев явной анизотропии (выработанное пространство, закладочный материал, горный массив после взрывного воздействия, горный массив, ослабленный буровыми работами и т.п.). Но и здесь мы видим очередное преимущество техники МСПЗ, так как функция распределения энергии в анизотропной среде имеет очень лаконично вписывающуюся в данную систему асимптотику:

$$f_e(R) \approx k_e R^{-2} = C_i E_i R_{ij}^{-2} \quad (9)$$

где:

$C_i$  - нормирующий коэффициент.

В результате приходим к простой функциональной схеме:

$$A_{ij} = (\Delta E_j - \Delta E_i) E_j R_{ij}^{-2} \quad (9)$$

$$A_{ii} = - \sum_{j=1}^N A_{ij}$$

$$B_i = \sum_{j=1}^N E_j R_{ij}^{-2}$$

$$(\Delta \sigma_j)_i = \sigma_i^0 \frac{A_{ij}}{B_i}$$

$$\Delta E = \begin{cases} 0, & \text{если } E_1 - E_0 = 0 \\ \frac{E_1 - E_0}{E_1 + E_0}, & \text{если } E_1 - E_0 \neq 0 \end{cases}$$

$$\sigma_j^1 = \sigma_j^0 + \sum_{i=1}^N (\Delta \sigma_j)_i$$

где:

$(\Delta \sigma_j)_i$  - изменение напряжённого состояния  $j$ -того элемента при изменении свойств  $i$ -того элемента,  
 $\Delta E$  - относительное изменение упругих свойств элемента, приведённое к промежуточному (процессному) значению модуля упругости,  
 $E_0, E_1$  - значение модуля упругости элемента  $j$  до и после изменения,  
 $\sigma_j^0, \sigma_j^1$  - напряжённое состояние элемента  $j$  до и после изменения массива горных пород.

Применив данную схему к каждому элементу модели, получаем систему взаимного влияния компонентов модели. Обращаю внимание на используемый вид изменения упругих свойств

отдельного элемента. Этот вид характерен для парноэлементных алгоритмов и, хоть и представляет из себя лишь половину полного изменения свойства отдельного элемента, в общей сумме равносилен полному изменению свойств данного элемента.

Преимущество данного метода очевидно. Он хорошо работает как на полных разрывах сплошности (выработанном пространстве), так и на неполных разрывах сплошности (воздействие буровзрывных работ, использование закладочного материала, замагазинированная руда). Несмотря на кажущуюся громоздкость рабочих формул, этот метод имеет такое же количество вычислительных затрат, что и предыдущий [1], а за счёт компактности логической структуры алгоритма выигрывает во времени вычисления в пакетном режиме до 50%. Методы учитывающие последовательность работ [2] в сочетании с данным методом позволяют моделировать даже те процессы в массиве горных пород, которые невозможно осуществить в реальных условиях.

## II. ТРЕБОВАНИЯ К РЕАЛИЗАЦИИ

*В разделе приводятся сведения об основных требованиях к представлению результатов работы алгоритмов МСПЗ, совместимости с различным ПО, а также описание ряда проблем и ошибок, возникших при разработке GeoMechPacket-1 for MS Excel и GeoMechPacket-2 for MS Excel. Данный раздел полезен для разработчиков систем МСПЗ.*

### 2.1. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ

Главным требованием для реализации расчётных систем типа МСПЗ является выдача результата в формате, поддерживаемом системами публикации больших объёмов упорядоченных данных. При этом требования к качеству печати фактически игнорируются. Это означает, что приоритет отдается системам публикации поточной быстроизменяющейся информации, таким как MS Word, MS Excel, и т.п.

Второе требование имеет технический характер. Время работы систем МСПЗ должно быть меньше определённой, заранее заданной величины (лимита времени), исходя из текущего уровня средств реализации (мощностей ПК). Данное требование означает, что размерность решаемой задачи не может быть больше величины, при которой данная задача будет выполнена в установленный лимит времени.

Третье требование также имеет технический характер. Размерность задачи систем МСПЗ должна обеспечивать определённую детальность результата. Это означает, что размерность решаемой задачи не может быть меньше определённой величины, с учётом второго требования.

Четвёртое требование - требование к совместимости систем МСПЗ. Данное требование означает, что реализация данных методов должна функционировать в системах, поддерживаемых потребителем (здесь приоритет пока отдан MS Windows в сочетании с MS Office).

Все перечисленные требования чётко ограничивают методы и способы реализации систем МСПЗ, используемых автором данной публикации.

### 2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАБОЧЕЙ РАЗМЕРНОСТИ РЕШАЕМОЙ ЗАДАЧИ

Задачи решаемые системами МСПЗ, являются труднорешаемыми полиномиальными задачами второй степени. Это означает, что объём вычислительных затрат (операций умножения) данных задач пропорционален квадрату общей размерности задачи ( $N^2$ ). С учётом того, что данные задачи имеют вид поля (матрицы), то объём задачи для квадратного поля будет пропорционален четвёртой степени размера стороны данного поля ( $n^4$ ). Ниже приводится таблица пропорциональности объёмов вычислительных затрат от объёмов задачи.

$n$	10	50	100	200
$N = n^2$	100	2 500	10 000	40 000
$O \sim N^2 = n^4$	10 000	6 250 000	100 000 000	1 600 000 000

Из этой таблицы видно, что увеличение стороны рабочего поля в два раза приводит к увеличению вычислительных затрат в 16 раз. Это означает, что всегда существует размерность, при которой требование №2 будет невыполнимо. Ниже приводится таблица затрат времени при решении задачи на конкретной реализации (GeoMechPacket-2 for MS Excel).

$n$	10	50	100	200
Pentium I (133MHz)	< 30 сек.	2 мин.	25 мин.	~ 6ч. 40 мин.
Pentium II (266MHz)	< 30 сек.	< 1 мин.	13 мин.	~ 3ч. 30 мин.
Pentium IV (3GHz)	< 30 сек.	< 30 сек.	2.5 мин.	~ 40 мин.

На основании анализа данной таблицы, с учётом требования №2, для данной реализации (GeoMechPacket-2 for MS Excel) выбрана размерность рабочего поля 100x100. Данная раз-

мерность ограничена также снизу, так как только при такой размерности удалось получить результат с требуемой детальностью, меньшие размерности этого не позволяли.

Развитие данного инструмента видится автору в переводе всех операций данных систем в спектральную область (применение FFT позволило бы сократить вычислительные затраты до  $O \sim (2 \cdot n \cdot \log_2 n)^2$ , что при размере задачи 100x100 приводит к сокращению вычислительных затрат в 50 раз). При этом непериодичность компонентов систем МСПЗ не способствует решению этого вопроса. Все пробные попытки такой трансформации данных задач пока не увенчались успехом.

### 2.3. СТРАТЕГИЯ РАЗРАБОТКИ АЛГОРИТМА

Стратегия разработки менялась по мере развития алгоритмической базы.

Только первая реализация (GeoMechPacket-1 for MS Excel) была сделана в комплексном пользовательском виде (инструмент был вшит в книгу MS Excel). Этот инструмент имел поточную структуру.

При создании GeoMechPacket-2 for MS Excel все инструменты были вынесены в отдельные файлы (файлы надстроек MS Excel). Каждый инструмент содержался в отдельной надстройке. При этом пользовательской версии изначально не было, была только череда экспертовых, сложных для понимания и работы систем. На этих системах производились многократные тесты и исследования поведения системы при различных исходных данных. И только через полгода непрерывного тестирования и корректировки появилась пользовательская система GeoMechPacket-2 for MS Excel. В ней все инструменты были собраны в одну надстройку. При этом надстройка была собрана в виде совокупности отдельных модулей (каждый модуль содержит инструменты схожего характера), а сами инструменты приобрели вид процедурно-функциональных алгоритмов. Это позволило не только вплотную заняться проектировкой алгоритмической базы, но и внести ряд оптимизаций, сокращающих время работы алгоритма в два раза. Дополнительно для улучшения логической структуры алгоритмов обмен данных с рабочей книгой в этой реализации производится не через индексы ячеек, как это было в GeoMechPacket-1 for MS Excel, а через имена, присваиваемые ячейкам или группам ячеек.

При создании GeoMechPacket-2 v.2 for MS Excel стратегия разработки вновь изменилась. Во-первых, в отличии от предыдущей версии за основу был взят "Метод совместных влияний изменений упругих свойств" в полном объёме. Во-вторых, алгоритмы и имена ячеек рабочих книг были очищены от русских символов. Это привело к несовместимости файлов данных с предыдущей версией. Но эти файлы не более чем книги MS Excel и никаких особых проблем с их использованием в новой реализации нет, только копировать их в рабочую книгу приходится вручную. В-третьих, для лучшего представления и использования, был добавлен компонент, работающий с ini-файлом, что сделало инструмент мультиязычным (заменяешь в ini-файле названия пунктов и работаешь с инструментом на своём языке). В случае отсутствия ini-файла, он будет создан с установками по умолчанию (англ.). Очень удобно.

### 2.4. ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ

В главе 2 данного раздела при выборе размера решаемой задачи упоминались периоды её выполнения на различных ПК, но не было сказано, что данные периоды имеют место при выполнении оптимизированных алгоритмов. Выполнение неоптимизированных алгоритмов требует времени в два раза большего. Так что же представляет из себя эта оптимизация?

Оптимизация в первую очередь представляет собой замену повторяющихся операций массивами промежуточных результатов, сохраняемых в памяти ПК на весь период работы алгоритма. Это в первую очередь относится к расчёту квадратов расстояний между элементами рабочего поля. Так как задача решается на равномерной сетке, достаточно один раз заблаговременно произвести их расчёт и сохранить, а в дальнейшем обращаться к сохранённым данным и не производить пересчёт. Использование такой конструкции существенно сокращает время работы алгоритма (практически в два раза). Для удобства и упрощения структуры алгоритма одновременно с вычислением квадратов расстояний производится их инвертирование, что позволяет использовать в главной процедуре не операцию деления, а операцию умножения. Это существенно улучшает качество данной процедуры.

Во вторую очередь оптимизация означает строгое регламентирование типов используемых переменных (в первую очередь это относится к массивам), что ускоряет обменные процессы в памяти ПК, а соответственно время выполнения алгоритма. Регламентирование усложняет работу с алгоритмами во время их разработки, но помогает избежать очень распространённых ляпов, недопустимых для систем МСПЗ.

Это не единственные виды оптимизации, применённые при разработке GeoMechPacket-2 for MS Excel и GeoMechPacket-2 v.2 for MS Excel, но другие виды оптимизации имели другую направленность, а именно улучшение логической структуры алгоритмов и повышение качества их исполнения.

### III. ЗАМЕЧАНИЯ

*В разделе приводятся замечания автора об эффектах, замеченных им при работе с алгоритмами МСПЗ при разработке и тестировании GeoMechPacket-2 for MS Excel, GeoMechPacket-2 v.2 for MS Excel.*

#### 3.1. ОСОБЫЕ МОМЕНТЫ

Во время отладки и тестирования алгоритмов МСПЗ выявлена вполне логичная, но чрезвычайно нежелательная особенность. Несмотря на то, что в данных алгоритмах вполне допустимо применение приближённых закономерностей (асимптотик), ошибки логической структуры самого алгоритма приводят не просто к искажению результата, а к полной его потере. Следует отметить, что эти искажения в силу математической структуры данных методов имеют характер локальных всплесков, что облегчает как минимум быстрое обнаружение данных, приводящих к логической ошибке в алгоритме.

Данное замечание в первую очередь относится к GeoMechPacket-2 for MS Excel, так как схема этого алгоритма является гибридной, и именно в ней была применена разветвлённая логическая структура, направленная на преодоление ограничений "Инженерного метода расчёта в крутопадающих рудных телах". GeoMechPacket-2 v.2 for MS Excel такой структуры не имеет, но всё же данное замечание применимо и к нему в отношении распоряжения исходными данными и промежуточными результатами.

Зачем же тогда использовать гибридную схему? Не проще ли поставить блокиратор типа "Данная задача не может быть решена с помощью данного алгоритма" и заняться вплотную теми задачами, которые однозначно определены? Нет, не проще. Потому как именно задачи, не полностью определённые для "Инженерного метода расчёта в крутопадающих рудных телах", представляют наибольший интерес. Поведение закладочного материала и замагазинированной руды в массиве горных пород на данный момент настолько малоизучено, что любая, даже приближённая, информация в этом вопросе имеет большой вес.

Применение гибридной схемы в GeoMechPacket-2 for MS Excel позволило вплотную подойти к данному вопросу, и результат оказался более чем удовлетворительным. А отсутствие ограничений по применению данного пакета сделало эти результаты насыщенными и предоставляемыми огромный потенциал для сравнения модельных и натурных эффектов в исследуемых средах. Более того, результаты гибридной модели практически повторили выкладки основоположников МСПЗ относительно отсутствия прямой пропорциональности между модулем упругости закладочного материала и его напряжённым состоянием.

#### 3.2. ПРЕДСТАВИМОСТЬ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ТВЕРДОГО ТЕЛА В ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДАХ.

Применение "Инженерного метода расчёта в крутопадающих рудных телах" в исходном виде в силу своих ограничений не приводило к вопросу о представимости энергетической структуры твердого тела. Но применение гибридной модели, направленной на преодоление этих ограничений, тут же показало, что применение численных методов в этом вопросе невозможно без определённых послаблений. А именно, представление разрывов массива горных пород частями данного массива с нулевым модулем упругости. Разницы вроде бы никакой в этом нет, за исключением того, что в первом случае энергетическая модель должна быть разорвана в месте разрыва, а во втором нет. Но это находит своё место в исследованиях, направленных на изучение потоков энергии в твердом теле, исследований показавших, что энергетические линии не обрываются на разрывах, а всегдагибают их, и, только когда связь между двумя частями одного твёрдого тела теряется полностью, эти линии обрываются и меняют свои траектории.

И если в GeoMechPacket-2 for MS Excel это проявлялось слабо в силу наличия мощной логической структуры с многократными ограничителями, то в GeoMechPacket-2 v.2 for MS Excel это проявилось в явном виде. При работе с этим алгоритмом в выработанном пространстве зачастую остаются незначительные (не более 1%) остаточные значения. Вполне резонно предположить, что эти значения напрямую связаны с ошибками, присущими численным методам (неточностями приближения). Но наводит на размышление то, что конфигурация и величина этих значений, хорошо согласуется с явлениями, наблюдаемыми в горных выработ-

ках (стреляния, шелушения, вывалы). И это несмотря на то, что с точки зрения здравого смысла никакие остаточные напряжения в выработанном пространстве действовать не могут.

Так или иначе, а вопрос по определению статуса и степени значимости этих малых значений будет до конца определён совсем не скоро.

## REFERENCES

1. Милетенко И. В., *Геомеханическое обоснование разработки крутопадающих месторождений малой и средней мощности в зонах рассланцевания пород.* - Диссертация на соискание уч. ст. д.т.н., ИПКОН, М., 1993. (Russian)
2. Кузнецов С. В., Однинцев В. Н., Слоним М. Э., Трофимов В. А., *Методология расчета горного давления*, Наука, М., 1981. (Russian)
3. Рушненейт К. В., *Методология расчета горного давления*, Наука, М., 1975. (Russian)
4. Сосунов Ю. А., *обоснование способов управления движением и горным давлением при отработке предохранительных целиков на слепых крутопадающих залежах.* - Автореферат диссертации на соискание уч. ст. к.т.н., МГГРУ, М., 2003. (Russian)