



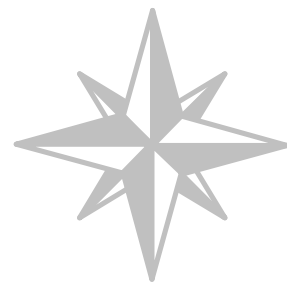
Заключение

Описанные выше методы позволяют, практически не прибегая к тригонометрическим вычислениям, а лишь определяя синусные и косинусные компоненты из линейных величин, создать надежный и достаточно оптимизированный алгоритм для перехода из системы (Y-X)-координат к системе (ПК-delta) и обратно.

Возможность применения электронных таблиц для вычислений позволяет обрабатывать сразу тысячи точек. Иными словами, одна небольшая электронная таблица может содержать в себе целый проект тоннеля.

© "Территория без имени".

А.Н.Каретин.
Оптимальный алгоритм расчета
пикетажа и смещения точки
на прямой и круговой кривой.



Введение

Данная работа предназначена для маркшейдеров, занимающихся проходкой тоннелей.

В данной работе описываются оптимальные методы для перехода из системы (Y-X)-координат к системе (ПК-delta) и обратно на прямых и круговых участках трассы.

Описанные ниже методы ориентированны на применение электронных таблиц.

Эти методы являются хорошим подспорьем маркшейдеру, как для обработки результатов измерений, так и для проверки проектных данных.

Прямая.

1) Задается прямая.

Задаются параметры прямой:

$$ПК_{нп}, Y_{нп}, X_{нп}, ПК_{кп}, Y_{кп}, X_{кп}.$$

Определяется разность пикетов и направление пикетажа:

$$\Delta ПК = ПК_{кп} - ПК_{нп}, \quad dir_{ПК} = \Delta ПК / |\Delta ПК|.$$

Определяется длина по координатам:

$$\Delta Y = Y_{кп} - Y_{нп}, \quad \Delta X = X_{кп} - X_{нп}, \quad L = (\Delta Y^2 + \Delta X^2)^{1/2}.$$

Проверяется соблюдение масштаба и масштабный коэффициент:

$$\Delta L = L - |\Delta ПК|, \quad kM = |\Delta ПК| / L.$$

Определяется синус и косинус дирекционного угла прямой:

$$\sin(\alpha) = \Delta Y / L, \quad \cos(\alpha) = \Delta X / L.$$

Определяется изменение знака синуса и косинуса при повороте на 90 градусов:

$$\sigma(\sin(\alpha + 90)) = -(\sin(\alpha) * \cos(\alpha)) / |\sin(\alpha) * \cos(\alpha)|,$$

$$\sigma(\cos(\alpha + 90)) = (\sin(\alpha) * \cos(\alpha)) / |\sin(\alpha) * \cos(\alpha)|.$$

Определяется синус и косинус дирекционного угла + 90 градусов:

$$\sin(\alpha + 90) = \cos(\alpha) * \sigma(\sin(\alpha + 90)) * dir_{ПК}, \quad \cos(\alpha + 90) = \sin(\alpha) * \sigma(\cos(\alpha + 90)) * dir_{ПК}$$

2) Определение пикетажа и смещения по координатам.

Задаются (либо определяются в натуре) координаты знака:

$$Y_{пз}, X_{пз}.$$

Определяется разность пикетажа от начала прямой, пикетаж и смещение:

$$\Delta ПК_{пз} = (Y_{пз} - Y_{нп}) * \sin(\alpha) + (X_{пз} - X_{нп}) * \cos(\alpha) * kM * dir_{ПК},$$

$$ПК_{пз} = ПК_{нп} + \Delta ПК_{пз},$$

$$\delta_{пз} = (Y_{пз} - Y_{нп}) * \cos(\alpha) - (X_{пз} - X_{нп}) * \sin(\alpha) * dir_{ПК}.$$

3) Определение координат по пикетажу и смещению.

Задаются пикетаж и смещение проектной точки:

$$ПК_{пт}, \delta_{пт}.$$

Вычисляется изменение пикетажа относительно начала прямой и проложение по линии:

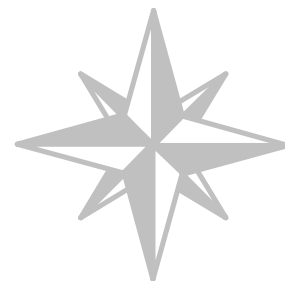
$$\Delta ПК_{пт} = (ПК_{пт} - ПК_{нп}) * dir_{ПК}, \quad \Delta L_{пт} = \Delta ПК_{пт} / kM.$$

Определяются координаты пикетажной точки на линии:

$$Y_{0пт} = Y_{нп} + \Delta L_{пт} * \sin(\alpha), \quad X_{0пт} = X_{нп} + \Delta L_{пт} * \cos(\alpha)$$

Определяются координаты проектной точки:

$$Y_{пт} = Y_{0пт} + \delta_{пт} * \sin(\alpha + 90), \quad X_{пт} = X_{0пт} + \delta_{пт} * \cos(\alpha + 90)$$



$$\delta_{HK} = (Y_{HK} - Y_{KK}) * \cos(\alpha_2) - (X_{HK} - X_{KK}) * \sin(\alpha_2) .$$

Проверяется непересечение прямых:

$$(\delta_{KK} * \delta_{TP2}) / |\delta_{KK} * \delta_{TP2}| > 0 ,$$

$$(\delta_{TP1} * \delta_{HK}) / |\delta_{TP1} * \delta_{HK}| > 0 .$$

Определяется направление смещения центра круговой кривой относительно начала кривой:

$$\sigma(\delta_{CK}) = \delta_{HK} / |\delta_{HK}| .$$

Определяются синусные и косинусные компоненты дирекционных углов на центр круговой кривой:

$$\sin(\alpha_1 + 90) = \sigma(\delta_{CK}) * \cos(\alpha_1) , \quad \cos(\alpha_1 + 90) = -\sigma(\delta_{CK}) * \sin(\alpha_1) ,$$

$$\sin(\alpha_2 + 90) = \sigma(\delta_{CK}) * \cos(\alpha_2) , \quad \cos(\alpha_2 + 90) = -\sigma(\delta_{CK}) * \sin(\alpha_2) .$$

Определяется центр круговой кривой:

$$\begin{aligned} Y_{CK} = & (Y_{HK} * \cos(\alpha_1 + 90) * \sin(\alpha_2 + 90) - Y_{KK} * \sin(\alpha_1 + 90) * \cos(\alpha_2 + 90) + (X_{KK} - \\ & X_{HK}) * \sin(\alpha_1 + 90) * \sin(\alpha_2 + 90)) / (\cos(\alpha_1 + 90) * \sin(\alpha_2 + 90) - \sin(\alpha_1 + 90) * \cos(\alpha_2 + 90)) , \\ X_{CK} = & ((Y_{HK} - Y_{KK}) * \cos(\alpha_1 + 90) * \cos(\alpha_2 + 90) - X_{HK} * \sin(\alpha_1 + 90) * \cos(\alpha_2 + 90) + \\ & X_{KK} * \cos(\alpha_1 + 90) * \sin(\alpha_2 + 90)) / (\cos(\alpha_1 + 90) * \sin(\alpha_2 + 90) - \sin(\alpha_1 + 90) * \cos(\alpha_2 + 90)) . \end{aligned}$$

Определяются разности координат точек круговой кривой и ее центра:

$$\Delta Y_{HK} = Y_{HK} - Y_{CK} , \quad \Delta X_{HK} = X_{HK} - X_{CK} ,$$

$$\Delta Y_{KK} = Y_{KK} - Y_{CK} , \quad \Delta X_{KK} = X_{KK} - X_{CK} .$$

Определение радиуса круговой кривой с проверкой:

$$R_{HK} = (\Delta Y_{HK}^2 + \Delta X_{HK}^2)^{(1/2)} ,$$

$$R_{KK} = (\Delta Y_{KK}^2 + \Delta X_{KK}^2)^{(1/2)} ,$$

$$(R_{HK} == R_{KK}) ? ,$$

$$R = (R_{HK} + R_{KK}) / 2 .$$

Определяются синусные и косинусные компоненты дирекционных углов радиусов:

$$\sin(\alpha_{HK}) = \Delta Y_{HK} / R_{HK} , \quad \cos(\alpha_{HK}) = \Delta X_{HK} / R_{HK} ,$$

$$\sin(\alpha_{KK}) = \Delta Y_{KK} / R_{KK} , \quad \cos(\alpha_{KK}) = \Delta X_{KK} / R_{KK} .$$

Определяется угол поворота в радианах:

$$\Delta(\sin(\alpha_{Ц})) = \sin(\alpha_{KK}) - \sin(\alpha_{HK}) , \quad \Delta(\cos(\alpha_{Ц})) = \cos(\alpha_{KK}) - \cos(\alpha_{HK}) ,$$

$$l' = (\Delta(\sin(\alpha_{Ц}))^2 + \Delta(\cos(\alpha_{Ц}))^2)^{(1/2)} ,$$

$$b' = (1 - (l'/2)^2)^{(1/2)} ,$$

$$\text{tg}(\beta/2) = l' / (2 * b') ,$$

$$\beta = 2 * \text{arctg}(l' / (2 * b')) .$$

Определяется длина и тангенс круговой кривой:

$$L = R * \beta , \quad T = R * \text{tg}(\beta/2) .$$

Определяются разности синусных и косинусных компонент двух прямых:

$$\Delta(\sin(\alpha)) = \sin(\alpha_2) - \sin(\alpha_1), \quad \Delta(\cos(\alpha)) = \cos(\alpha_2) - \cos(\alpha_1)$$

Определяется угол поворота в радианах:

$$l' = (\Delta(\sin(\alpha))^2 + \Delta(\cos(\alpha))^2)^{1/2},$$

$$b' = (1 - (l'/2)^2)^{1/2},$$

$$\operatorname{tg}(\beta/2) = l' / (2 * b'),$$

$$\beta = 2 * \operatorname{arctg}(l' / (2 * b')).$$

Определяется длина и тангенс круговой кривой:

$$L = R * \beta, \quad T = R * \operatorname{tg}(\beta/2).$$

Определяются синусные и косинусные компоненты дирекционных углов прямых от вершины угла поворота:

$$\Delta Y_1 = Y_{нп1} - Y_{ву}, \quad \Delta X_1 = X_{нп1} - X_{ву}, \quad L_1 = (\Delta Y_1^2 + \Delta X_1^2)^{1/2},$$

$$\Delta Y_2 = Y_{кп2} - Y_{ву}, \quad \Delta X_2 = X_{кп2} - X_{ву}, \quad L_2 = (\Delta Y_2^2 + \Delta X_2^2)^{1/2}.$$

$$\sin(\alpha_{1ву}) = \Delta Y_1 / L_1, \quad \cos(\alpha_{1ву}) = \Delta X_1 / L_1,$$

$$\sin(\alpha_{2ву}) = \Delta Y_2 / L_2, \quad \cos(\alpha_{2ву}) = \Delta X_2 / L_2.$$

Определяются начало и конец круговой кривой:

$$Y_{нк} = Y_{ву} + T * \sin(\alpha_{1ву}), \quad X_{нк} = X_{ву} + T * \cos(\alpha_{1ву}),$$

$$Y_{кк} = Y_{ву} + T * \sin(\alpha_{2ву}), \quad X_{кк} = X_{ву} + T * \cos(\alpha_{2ву}).$$

Определяются синусные и косинусные компоненты дирекционного угла биссектрисы угла поворота:

$$\sin'(\alpha б) = (\sin(\alpha_{1ву}) + \sin(\alpha_{2ву})) / 2, \quad \cos'(\alpha б) = (\cos(\alpha_{1ву}) + \cos(\alpha_{2ву})) / 2,$$

$$b' = (\sin'^2(\alpha б) + \cos'^2(\alpha б))^{1/2},$$

$$\sin(\alpha б) = \sin'(\alpha б) / b', \quad \cos(\alpha б) = \cos'(\alpha б) / b'.$$

Определяется смещение от прямых на биссектрисе угла поворота:

$$\delta = (R^2 + T^2)^{1/2} - R.$$

Определяется медиана кривой:

$$Y_{ск} = Y_{ву} + \delta * \sin(\alpha б), \quad X_{ск} = X_{ву} + \delta * \cos(\alpha б).$$

Определяется центр кривой:

$$Y_{цк} = Y_{ск} + R * \sin(\alpha б), \quad X_{цк} = X_{ск} + R * \cos(\alpha б).$$

6) Контроль элементов круговой кривой, заданной началом и концом кривой и точками на прилегающих прямых.

Заданы точки на двух прямых, начало и конец кривой:

$$Y_{тп1}, X_{тп1}, Y_{нк}, X_{нк}, Y_{кк}, X_{кк}, Y_{тп2}, X_{тп2}.$$

Определяются координатные разности и длины для точек прямых:

$$\Delta Y_{п1} = Y_{нк} - Y_{тп1}, \quad \Delta X_{п1} = X_{нк} - X_{тп1}, \quad L_{п1} = (\Delta Y_{п1}^2 + \Delta X_{п1}^2)^{1/2},$$

$$\Delta Y_{п2} = Y_{тп2} - Y_{кк}, \quad \Delta X_{п2} = X_{тп2} - X_{кк}, \quad L_{п2} = (\Delta Y_{п2}^2 + \Delta X_{п2}^2)^{1/2}.$$

Определяются синусные и косинусные компоненты дирекционных углов прямых:

$$\sin(\alpha_1) = \Delta Y_{п1} / L_{п1}, \quad \cos(\alpha_1) = \Delta X_{п1} / L_{п1},$$

$$\sin(\alpha_2) = \Delta Y_{п2} / L_{п2}, \quad \cos(\alpha_2) = \Delta X_{п2} / L_{п2}.$$

Определяется вершина поворота (пересечение прямых):

$$Y_{ву} = (Y_{нк} * \cos(\alpha_1) * \sin(\alpha_2) - Y_{тп1} * \sin(\alpha_1) * \cos(\alpha_2) + (X_{кк} - X_{нк}) * \sin(\alpha_1) * \sin(\alpha_2)) / (\cos(\alpha_1) * \sin(\alpha_2) - \sin(\alpha_1) * \cos(\alpha_2)),$$

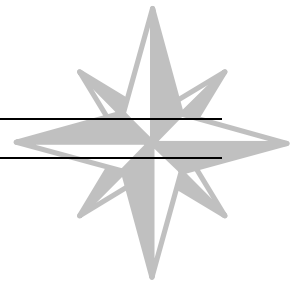
$$X_{ву} = ((Y_{нк} - Y_{кк}) * \cos(\alpha_1) * \cos(\alpha_2) - X_{нк} * \sin(\alpha_1) * \cos(\alpha_2) + X_{кк} * \cos(\alpha_1) * \sin(\alpha_2)) / (\cos(\alpha_1) * \sin(\alpha_2) - \sin(\alpha_1) * \cos(\alpha_2)).$$

Определяется взаимное смещение точек относительно прямых:

$$\delta_{кк} = (Y_{кк} - Y_{нк}) * \cos(\alpha_1) - (X_{кк} - X_{нк}) * \sin(\alpha_1),$$

$$\delta_{тп2} = (Y_{тп2} - Y_{нк}) * \cos(\alpha_1) - (X_{тп2} - X_{нк}) * \sin(\alpha_1),$$

$$\delta_{тп1} = (Y_{тп1} - Y_{кк}) * \cos(\alpha_2) - (X_{тп1} - X_{кк}) * \sin(\alpha_2),$$



1) Задаётся круговая кривая.

Задаются элементы круговой кривой:

$P_{КНк}, Y_{Нк}, X_{Нк}, P_{ККк}, Y_{Кк}, X_{Кк}, Y_{Цк}, X_{Цк}.$

Определяются радиусы для заданных элементов:

$\Delta Y_{Нк} = Y_{Нк} - Y_{Цк}, \Delta X_{Нк} = X_{Нк} - X_{Цк},$

$\Delta Y_{Кк} = Y_{Кк} - Y_{Цк}, \Delta X_{Кк} = X_{Кк} - X_{Цк},$

$R_{Нк} = (\Delta Y_{Нк}^2 + \Delta X_{Нк}^2)^{1/2},$

$R_{Кк} = (\Delta Y_{Кк}^2 + \Delta X_{Кк}^2)^{1/2},$

$(R_{Нк} == R_{Кк}) ? ,$

$R = (R_{Нк} + R_{Кк}) / 2.$

Определяется разность пикетов и направление пикетажа:

$\Delta PK = PK_{Кк} - PK_{Нк}, dirPK = \Delta PK / |\Delta PK|.$

Определяются синусы и косинусы дирекционных углов радиусов круговой кривой:

$\sin(\alpha)_{Нк} = \Delta Y_{Нк} / R_{Нк}, \cos(\alpha)_{Нк} = \Delta X_{Нк} / R_{Нк},$

$\sin(\alpha)_{Кк} = \Delta Y_{Кк} / R_{Кк}, \cos(\alpha)_{Кк} = \Delta X_{Кк} / R_{Кк}.$

Определяется положение центра относительно начала и конца кривой:

$\delta_{Цк} = \Delta Y_{Кк} \cdot \cos(\alpha)_{Нк} - \Delta X_{Кк} \cdot \sin(\alpha)_{Нк}, dirR = \delta_{Цк} / |\delta_{Цк}|.$

Определяются разности синусов и косинусов дирекционных углов радиусов:

$\Delta(\sin(\alpha)) = \sin(\alpha)_{Кк} - \sin(\alpha)_{Нк}, \Delta(\cos(\alpha)) = \cos(\alpha)_{Кк} - \cos(\alpha)_{Нк}.$

Определяются длина и база разностей синусов и косинусов:

$l' = (\Delta(\sin(\alpha))^2 + \Delta(\cos(\alpha))^2)^{1/2},$

$b' = (1 - (l'/2)^2)^{1/2}.$

Определяется угол между радиусами в радианах:

$\beta = 2 \cdot \arctg(l'/2/b').$

Определяется длина круговой кривой:

$L_k = \beta \cdot R.$

Определяется разность длины и пикетажной длины и масштабный коэффициент:

$\Delta L = L_k - |\Delta PK|, kM = |\Delta PK| / L_k.$

2) Определение пикетажа и смещения по координатам.

Задаются (либо определяются в натуре) координаты знака:

$Y_{Пз}, X_{Пз}.$

Определяется радиус до знака:

$R_{Пз} = ((Y_{Пз} - Y_{Цк})^2 + (X_{Пз} - X_{Цк})^2)^{1/2}.$

Определяются синус и косинус дирекционного угла радиуса знака:

$\Delta Y_{Пз} = Y_{Пз} - Y_{Цк}, \Delta X_{Пз} = X_{Пз} - X_{Цк},$

$\sin(\alpha)_{Пз} = \Delta Y_{Пз} / R_{Пз}, \cos(\alpha)_{Пз} = \Delta X_{Пз} / R_{Пз}.$

Определяются разности синусов и косинусов дирекционных углов радиусов:

$\Delta(\sin(\alpha))_{Пз} = \sin(\alpha)_{Пз} - \sin(\alpha)_{Нк}, \Delta(\cos(\alpha))_{Пз} = \cos(\alpha)_{Пз} - \cos(\alpha)_{Нк}.$

Определяются длина и база разностей синусов и косинусов:

$l'_{Пз} = (\Delta(\sin(\alpha))_{Пз}^2 + \Delta(\cos(\alpha))_{Пз}^2)^{1/2},$

$b'_{Пз} = (1 - (l'_{Пз}/2)^2)^{1/2}.$

Определяется угол между радиусами в радианах:

$$\gamma_{пз} = 2 * \arctg(l'_{пз} / b'_{пз}) .$$

Определяется направление вращения:

$$\delta R_{пз} = (Y_{пз} - Y_{цк}) * \cos(\alpha)_{нк} - (X_{пз} - X_{цк}) * \sin(\alpha)_{нк}, \quad dir(\gamma)_{пз} = \delta R_{пз} / |\delta R_{пз}|$$

Определяется изменение пикетажа, пикетаж и смещение:

$$\Delta PK_{пз} = (\gamma_{пз} * R * dir_{ПК} * dir_R) * k_M * dir(\gamma) ,$$

$$PK_{пз} = PK_{нк} + \Delta PK_{пз} ,$$

$$\delta_{пз} = (R - R_{пз}) * dir_{ПК} * dir_R .$$

3) Определение координат по пикетажу и смещению.

Задаются пикетаж и смещение проектной точки:

$$PK_{пт}, \delta_{пт} .$$

Определяется разность пикетажа и проложение:

$$\Delta PK_{пт} = PK_{пт} - PK_{нк}, \quad L_{пт} = \Delta PK_{пт} / k_M$$

Определяется угол поворота в радианах:

$$\gamma_{пт} = L_{пт} / R * dir_{ПК} * dir_R .$$

Определяются синус и косинус угла поворота:

$$\sin(\gamma)_{пт} = \sin(\gamma_{пт}), \quad \cos(\gamma)_{пт} = \cos(\gamma_{пт}) .$$

Определяются синус и косинус дирекционного угла радиуса на проектную точку:

$$\sin(\alpha)_{пт} = \sin(\alpha)_{нк} * \cos(\gamma)_{пт} + \cos(\alpha)_{нк} * \sin(\gamma)_{пт},$$

$$\cos(\alpha)_{пт} = \cos(\alpha)_{нк} * \cos(\gamma)_{пт} - \sin(\alpha)_{нк} * \sin(\gamma)_{пт},$$

Определяем координаты пикетажной точки на осевом радиусе:

$$Y_{0пт} = Y_{цк} + R * \sin(\alpha)_{пт}, \quad X_{0пт} = X_{цк} + R * \cos(\alpha)_{пт} .$$

Определяем координаты проектной точки:

$$Y_{пт} = Y_{0пт} - dir_{ПК} * dir_R * \delta_{пт} * \sin(\alpha)_{пт},$$

$$X_{пт} = X_{0пт} - dir_{ПК} * dir_R * \delta_{пт} * \cos(\alpha)_{пт} .$$

4) Определение элементов круговой кривой, заданной средней точкой.

Заданы три точки:

$$PK_{нк}, Y_{нк}, X_{нк}, PK_{кк}, Y_{кк}, X_{кк}, Y_{ск}, X_{ск} .$$

Определяем центр круговой кривой:

$$[Y2X2]_{нк} = Y_{нк}^2 + X_{нк}^2 ,$$

$$[Y2X2]_{ск} = Y_{ск}^2 + X_{ск}^2 ,$$

$$[Y2X2]_{кк} = Y_{кк}^2 + X_{кк}^2 ,$$

$$\Delta Y_{нк} = Y_{кк} - Y_{ск}, \quad \Delta X_{нк} = X_{кк} - X_{ск},$$

$$\Delta Y_{ск} = Y_{кк} - Y_{нк}, \quad \Delta X_{ск} = X_{кк} - X_{нк},$$

$$\Delta Y_{кк} = Y_{ск} - Y_{нк}, \quad \Delta X_{кк} = X_{ск} - X_{нк},$$

$$Y_{цк} = -1/2 * (\Delta X_{нк} * [X2Y2]_{нк} - \Delta X_{ск} * [X2Y2]_{ск} + \Delta X_{кк} * [X2Y2]_{кк}) / (\Delta Y_{нк} * X_{нк} - \Delta Y_{ск} * X_{ск} + \Delta Y_{кк} * X_{кк})$$

$$X_{цк} = 1/2 * (\Delta Y_{нк} * [X2Y2]_{нк} - \Delta Y_{ск} * [X2Y2]_{ск} + \Delta Y_{кк} * [X2Y2]_{кк}) / (\Delta Y_{нк} * X_{нк} - \Delta Y_{ск} * X_{ск} + \Delta Y_{кк} * X_{кк})$$

Определяем радиус круговой кривой:

$$R_{нк} = ((Y_{нк} - Y_{цк})^2 + (X_{нк} - X_{цк})^2)^{1/2} ,$$

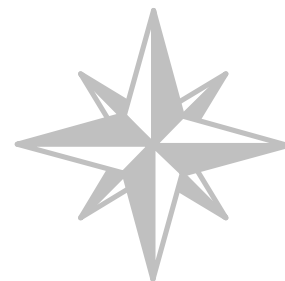
$$R_{ск} = ((Y_{ск} - Y_{цк})^2 + (X_{ск} - X_{цк})^2)^{1/2} ,$$

$$R_{кк} = ((Y_{кк} - Y_{цк})^2 + (X_{кк} - X_{цк})^2)^{1/2} ,$$

$$R = (R_{нк} + R_{ск} + R_{кк}) / 3$$

Определяем разности координат точек кривой и центра кривой:

$$\Delta Y_{нк} = Y_{нк} - Y_{цк}, \quad \Delta X_{нк} = X_{нк} - X_{цк},$$



$$\Delta Y_{CK} = Y_{CK} - Y_{ЦК}, \quad \Delta X_{CK} = X_{CK} - X_{ЦК},$$

$$\Delta Y_{KK} = Y_{KK} - Y_{ЦК}, \quad \Delta X_{KK} = X_{KK} - X_{ЦК},$$

Определяются синусы и косинусы дирекционных углов радиусов круговой кривой:

$$\sin(\alpha)_{HK} = \Delta Y_{HK} / R_{HK}, \quad \cos(\alpha)_{HK} = \Delta X_{HK} / R_{HK},$$

$$\sin(\alpha)_{CK} = \Delta Y_{CK} / R_{CK}, \quad \cos(\alpha)_{CK} = \Delta X_{CK} / R_{CK},$$

$$\sin(\alpha)_{KK} = \Delta Y_{KK} / R_{KK}, \quad \cos(\alpha)_{KK} = \Delta X_{KK} / R_{KK}.$$

Определяются разности синусов и косинусов дирекционных углов радиусов:

$$\Delta(\sin(\alpha))_{HK} = \sin(\alpha)_{CK} - \sin(\alpha)_{HK}, \quad \Delta(\cos(\alpha))_{HK} = \cos(\alpha)_{CK} - \cos(\alpha)_{HK},$$

$$\Delta(\sin(\alpha))_{KK} = \sin(\alpha)_{KK} - \sin(\alpha)_{CK}, \quad \Delta(\cos(\alpha))_{KK} = \cos(\alpha)_{KK} - \cos(\alpha)_{CK}.$$

Определяются длины и базы разностей синусов и косинусов:

$$l'_{HK} = (\Delta(\sin(\alpha))_{HK}^2 + \Delta(\cos(\alpha))_{HK}^2)^{1/2}, \quad b'_{HK} = (1 - (l'_{HK}/2)^2)^{1/2},$$

$$l'_{KK} = (\Delta(\sin(\alpha))_{KK}^2 + \Delta(\cos(\alpha))_{KK}^2)^{1/2}, \quad b'_{KK} = (1 - (l'_{KK}/2)^2)^{1/2}.$$

Определяется углы между радиусами и угол поворота в радианах:

$$\gamma_{HK} = 2 \cdot \arctg(l'_{HK}/2/b'_{HK}),$$

$$\gamma_{KK} = 2 \cdot \arctg(l'_{KK}/2/b'_{KK}),$$

$$\beta = \gamma_{HK} + \gamma_{KK}$$

Определяется длина круговой кривой:

$$L_K = \beta \cdot R.$$

Определяется тангенс круговой кривой:

$$T_K = R \cdot \tg(\beta/2).$$

Определяется положение центра относительно начала и конца кривой:

$$\delta_{ЦК} = dY_{KK} \cdot \cos(\alpha)_{HK} - \Delta X_{KK} \cdot \sin(\alpha)_{HK}, \quad dirR = \delta_{ЦК} / |\delta_{ЦК}|.$$

Определяются синусы и косинусы дирекционных углов, повернутых на 90 градусов:

$$\sin(\alpha+90)_{HK} = \cos(\alpha)_{HK} \cdot dirR, \quad \cos(\alpha+90)_{HK} = -\sin(\alpha)_{HK} \cdot dirR,$$

$$\sin(\alpha+90)_{KK} = -\cos(\alpha)_{KK} \cdot dirR, \quad \cos(\alpha+90)_{KK} = \sin(\alpha)_{KK} \cdot dirR,$$

Определяются координаты вершины угла поворота:

$$Y_{ВУ} = Y_{HK} + T_K \cdot \sin(\alpha+90)_{HK}, \quad X_{ВУ} = X_{HK} + T_K \cdot \cos(\alpha+90)_{HK},$$

$$Y_{ВУ} = Y_{KK} + T_K \cdot \sin(\alpha+90)_{KK}, \quad X_{ВУ} = X_{KK} + T_K \cdot \cos(\alpha+90)_{KK}.$$

5) Определение элементов круговой кривой, заданной двумя прямыми и радиусом.

Заданы точки двух прямых и радиус:

$$Y_{нп1}, X_{нп1}, Y_{кп1}, X_{кп1}, Y_{нп2}, X_{нп2}, Y_{кп2}, X_{кп2}, R$$

Определяются координатные разности и длины обеих прямых:

$$\Delta Y_{п1} = Y_{кп1} - Y_{нп1}, \quad \Delta X_{п1} = X_{кп1} - X_{нп1}, \quad L_{п1} = (\Delta Y_{п1}^2 + \Delta X_{п1}^2)^{1/2},$$

$$\Delta Y_{п2} = Y_{кп2} - Y_{нп2}, \quad \Delta X_{п2} = X_{кп2} - X_{нп2}, \quad L_{п2} = (\Delta Y_{п2}^2 + \Delta X_{п2}^2)^{1/2}.$$

Определяется вершина поворота (пересечение прямых):

$$B = \Delta Y_{п2} \cdot \Delta X_{п1} - \Delta Y_{п1} \cdot \Delta X_{п2}$$

$$\Delta Y_1 = Y_{кп2} - Y_{кп1}, \quad \Delta X_1 = X_{кп2} - X_{кп1},$$

$$\Delta Y_2 = Y_{нп2} - Y_{кп1}, \quad \Delta X_2 = X_{нп2} - X_{кп1},$$

$$\Delta Y_3 = Y_{кп2} - Y_{нп1}, \quad \Delta X_3 = X_{кп2} - X_{нп1},$$

$$\Delta Y_4 = Y_{нп1} - Y_{нп2}, \quad \Delta X_4 = X_{нп1} - X_{нп2},$$

$$Z_1 = Y_{нп1} \cdot (Y_{нп2} \cdot \Delta X_1 + Y_{кп2} \cdot \Delta X_2) + Y_{кп1} \cdot (Y_{нп2} \cdot \Delta X_3 + Y_{кп2} \cdot \Delta X_4),$$

$$Z_2 = X_{нп1} \cdot (X_{нп2} \cdot \Delta Y_1 + X_{кп2} \cdot \Delta Y_2) + X_{кп1} \cdot (X_{нп2} \cdot \Delta Y_3 + X_{кп2} \cdot \Delta Y_4),$$

$$Y_{ВУ} = Z_1 / B, \quad X_{ВУ} = Z_2 / B.$$

Определяются синусные и косинусные компоненты дирекционных углов прямых:

$$\sin(\alpha_1) = \Delta Y_{п1} / L_{п1}, \quad \cos(\alpha_1) = \Delta X_{п1} / L_{п1},$$

$$\sin(\alpha_2) = \Delta Y_{п2} / L_{п2}, \quad \cos(\alpha_2) = \Delta X_{п2} / L_{п2}.$$